

# 高等代数第七章

Copyright © 2024 Simon

## 7.1 对称矩阵的对角化

就是 $A^T = A$

**定理1** 如果  $A$  是对称矩阵, 那么不同特征空间的任意两个特征向量是正交的.

**定理2** 一个 $n \times n$  矩阵  $A$  可正交对角化的充分必要条件是  $A$  是对称矩阵.

## 7.2 二次型

- 二次型是一个定义在  $R^n$  上的函数, 它在向量  $x$  处的值可由表达式 $Q(x) = x^T Ax$  计算, 其中  $A$  是一个  $n \times n$  对称矩阵. 矩阵  $A$  称为关于二次型的矩阵.

## 7.4 SVD

SVD是奇异值分解 (Singular Value Decomposition) 的英文缩写。它是一种重要的矩阵分解方法。对于任意一个实矩阵 $A_{m \times n}$  ( $m$ 行 $n$ 列), 都可以分解为

$$A = U\Sigma V^T$$

的形式。其中 $U$ 是 $m \times m$ 的正交矩阵,  $V$ 是 $n \times n$ 的正交矩阵,  $\Sigma$ 是 $m \times n$ 的对角矩阵, 其对角线上的元素 $\sigma_{ii}$  ( $i = 1, 2, \dots, \min(m, n)$ ) 称为奇异值, 并且 $\sigma_{ii} \geq 0$ , 这些奇异值按照从大到小的顺序排列在 $\Sigma$ 的对角线上。