

高等代数第七章

Copyright © 2024 Simon

7.1 对称矩阵的对角化

就是 $A^T = A$

定理1 如果 A 是对称矩阵, 那么不同特征空间的任意两个特征向量是正交的.

定理2 一个 $n \times n$ 矩阵 A 可正交对角化的充分必要条件是 A 是对称矩阵.

7.2 二次型

- 二次型是一个定义在 R^n 上的函数, 它在向量 x 处的值可由表达式 $Q(x) = x^T A x$ 计算, 其中 A 是一个 $n \times n$ 对称矩阵. 矩阵 A 称为关于二次型的矩阵.

7.4 SVD

SVD是奇异值分解 (Singular Value Decomposition) 的英文缩写. 它是一种重要的矩阵分解方法. 对于任意一个实矩阵 $A_{m \times n}$ (m 行 n 列), 都可以分解为

$$A = U \Sigma V^T$$

的形式. 其中 U 是 $m \times m$ 的正交矩阵, V 是 $n \times n$ 的正交矩阵, Σ 是 $m \times n$ 的对角矩阵, 其对角线上的元素 σ_{ii} ($i = 1, 2, \dots, \min(m, n)$) 称为奇异值, 并且 $\sigma_{ii} \geq 0$, 这些奇异值按照从大到小的顺序排列在 Σ 的对角线上.